**Задача 1. ИГРА НА ДВЕ КУПЧИНКИ**

Двама играят следната игра:

Сядат пред две непразни купчинки с топчета. Нека за определеност да означим с *A* по-малкия (или най-много равен на другия) брой на топчета в купчина. Другият брой означаваме с *B* (т.е. $A \le B$). Началното съотношение $A : B = \alpha$ е съществено в хода на цялата конкретна игра и остава постоянно, както и да се променя броят на топчетата в купчинките. Играчите играят последователно, като всеки ход представлява вземане на поне едно топче от поне една от купчините. Губи този, който не може да изиграе ход или изиграе неправилен ход. Печели този, който последен е изиграл правилен ход.

Да означим с *x* броя топчета, взети от едната купчинка, а с *y* броя на взетите от другата купчинка. За определеност ще приемем, че с *x* сме означили по-малкия (или най-много равен на другия) брой взети топчета от купчина. Има просто определение за правилен ход:

- **ходът е правилен, само ако $x : y \ne \alpha$, като $0 \le x \le y$ и $y > 0$**;
- **естествено, няма как да се вземе от купчинка брой топчета, по-голям от останалите в нея.**

За яснота да разгледаме един пример, при който *A*=12, *B*=18. В тази конкретна игра ***неправилното*** съотношение на взети топчета е $x:y = \alpha = 12:18 = 2:3$. Всяко друго съотношение на взети топчета е правилно. Ето някои **неправилни** (и следователно – губещи) ходове на играча, който е първи:

1. Да вземе всички топчета, т. е. *x*=12, *y*=18. Очевидно е защо този ход е неправилен: при него $x:y = 12:18 = 2:3 = \alpha$.
2. Да вземе три топчета от купчина *A*, оставяйки там 9, и две топчета от купчина *B*, оставяйки там 16. Този ход е неправилен, защото при него *x*=2, *y*=3 и $x:y = 2:3 = \alpha$. ВНИМАНИЕ! След такъв ход отношението на топчетата в купчинките би станало 9:16, но това НЕ ПРОМЕНЯ фиксираното отношение α, то си остава 2:3, както е преди началото на тази конкретна игра!
3. Да вземе 8 топчета от купчина *A* и 12 от *B*, т. е. *x*=8, *y*=12, *x*:*y*=8:12=2:3. След такъв ход в купчина *A* биха останали 4, а в *B* – 6 топчета. (Отношението на топчетата в купчинките след такъв ход пък се запазва – 4:6=2:3. Но подчертаваме отново, че това не оказва никакво влияние върху важното съотношение α за тази конкретна игра, което се определя преди първия ход и остава постоянно до края ѝ.)

Можем да посочим много ходове на първия играч, които са правилни: да вземе едно топче от която и да е купчинка ($0:1 = 0 \ne \alpha$); да вземе коя да е от двете купчинки (например втората) цялата ($0:18 = 0 \ne \alpha$); да вземе максимален равен брой топчета (по 12) от всяка от купчинките ($12:12 = 1 \ne \alpha$); да вземе 10 топчета от *A* и 5 от *B* ($5:10 = 1:2 \ne \alpha$) и т. н. Разбира се, няма как да е правилно играчът да поиска да вземе от купчинка повече топчета, отколкото са останали в нея. И да не забравяме, че трябва да вземе поне едно топче от поне една купчинка, т. е. $x = y = 0$ (т.е., „оставям всичко както си е“) е неправилен (следователно губещ) „ход“.

Напишете програма **arelgame**, която намира броя на първите печеливши ходове за първия играч. Ходът е „печеливш“, ако води до успех, без значение какви са ходовете на опонента.

**Вход.** От стандартния вход се въвежда един ред, в който има две цели положителни числа, разделени с интервал. Това са съответно броят топчета в първата и във втората купчинка.

**Изход.** Програмата трябва да извежда на стандартния изход един ред който съдържа броя на печелившите първи ходове на първия играч.

**Ограничения.** Броят на топчетата във всяка от купчинките не надвишава $10^{18}$.

В 30% от тестовите групи той е по-малък от 2000.

**Оценяване.** Тестовете са групирани по три. Предвиденият брой точки за група се присъжда само, ако и трите теста в групата са решени правилно.

**Примери**

| **Вход** | **Изход** | ***Обяснение*** |
|---|---|---|
| `3 2` | `0` | Първият играч няма печеливш ход: всеки негов правилен първи ход води до директна загуба, като вторият взема всичко останало. |
| `6 18` | `2` | α = 6:18 = 1:3<br>Печелившите ходове за първия играч са:<br>- да вземе 16 топчета от втората купчинка. Ходът е правилен, защото 0:16≠1:3. След този ход остават 6 топчета в първата и 2 във втората купчинка. Вторият играч не може да вземе всичко, защото 2:6=1:3=α. А всеки друг негов ход води до загуба;<br>- да вземе 3 топчета от първата и 17 от втората купчинка (3:17≠1:3, ходът е правилен). Остават 3 топчета в първата и 1 във втората купчинка и вторият играч няма печеливш ход. |

**Задача 2. Дъжд**

През 1 см по дължината на една правоъгълна кутия са поставени напречни прегради с различни височини. Кутията е без капак и когато отгоре вали достатъчно много дъжд, тя се запълва с възможно най-голямо количество вода. За някои прегради ние можем да увеличим височините им с целочислени стойности, не по-големи от предварително зададени. На колко най-малко на брой прегради трябва да увеличим височините, така че в кутията да се събере максимално количество вода? Напишете програма **rain**, която да намери отговора.

**Вход.** На първия ред на стандартния вход е записан броят $N$ на преградите. Следва ред, съдържащ височините в сантиметри на преградите последователно от ляво надясно. На следващия ред е записан броят $K$ на преградите, на които може да увеличаваме височините. Следват толкова реда, колкото са тези прегради. Всеки ред съдържа номер на преграда и разрешеното максимално увеличение на височината ѝ в сантиметри. Номерата на преградите започват от номер нула.

**Изход.** На един ред на стандартния изход програмата трябва да изведе две цели числа, отделени с точно един интервал, равни съответно на намерения минимален брой прегради, на които увеличаваме височините и на максималното количество вода, което кутията може да събере след увеличаване на височините на преградите.

**Забележка:** Количеството вода пресмятаме в кубически сантиметри, понеже **приемаме ширината на кутията за един сантиметър**. Предната и задната стени на кутията (тази, която е към нас и тази, която е отзад) считаме за по-високи от височината на всяка преграда заедно с евентуалното увеличение на височината. Лявата и дясната стена на кутията съвпадат съответно с най-лявата и с най-дясната преграда и съответно с преградите след увеличението на височините.

**Ограничения:** $1 < N < 1\,000\,000$; $0 < K \le N$; Началната височина на всяка преграда е цяло положително число, по-малко от 1 000 000; Разрешеното максимално увеличение на височина на преграда е цяло положително число, по-малко от 1 000 000;

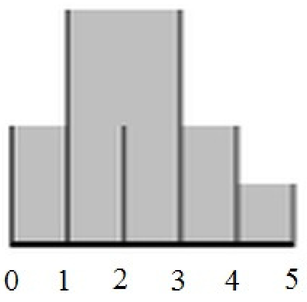
**Оценяване.** Всеки тест се оценява отделно.

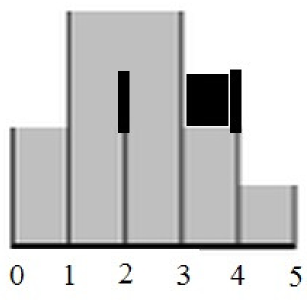
**Пример. Вход**

```
6
2 4 2 4 2 1
2
2 1
4 1
```

**Изход**

```
1 14
```




**Пояснение към примера:** Височината на преградата на позиция 2 не увеличаваме, защото това няма да промени количеството вода. Увеличаваме с 1 сантиметър височината на преградата на позиция 4. Това увеличава количеството вода с 1 кубически сантиметър.

**Задача 3. Поле**

Дадено е поле, което представлява квадратна таблица $N$ x $N$, запълнено с неотрицателни цели числа. Напишете програма **field**, която намира минималното число $M$, такова че всички квадрати с размер $M$ x $M$, които покриват цял брой клетки от полето имат сума на елементите си по-голяма или равна на $K$. Границата на квадрата може да лежи върху границата на полето.

**Вход.**
От първия ред на стандартния вход се въвеждат две цели положителни числа $N$ и $K$. От всеки от следващите $N$ реда се въвеждат по $N$ цели неотрицателни числа, описващи елементите на полето.

**Изход.**
На един ред на стандартния изход програмата трябва да изведе намереното минимално число $M$. Ако такова $M$ не съществува, програмата трябва да изведе -1.

**Ограничения.**
$1 \leq N \leq 5000$
$0 \leq$ елементи на полето $\leq 50$
$1 \leq K \leq 2 \cdot 10^9$

**Оценяване.**

| Подзадача | Точки | *N* |
|---|---|---|
| 1 | 5 | ≤ 20 |
| 2 | 10 | ≤ 100 |
| 3 | 20 | ≤ 500 |
| 4 | 35 | ≤ 2 000 |
| 5 | 30 | ≤ 5 000 |

*Точките за дадена подзадача се получават само, ако се решат правилно всички тестове за нея.*

**Пример**.

| Вход | Изход | Обяснение на примера |
|---|---|---|
| 5 10<br>1 2 3 4 5<br>10 0 7 0 4<br>0 0 2 1 3<br>5 0 3 0 2<br>0 5 0 8 0 | 3 | За $M$=1 квадратът 1x1:<br>2<br>има сума 2 < 10.<br>За $M$=2 квадратът 2x2:<br>0 7<br>0 2<br>има сума 9 < 10.<br>За $M$=3 всеки квадрат 3x3 има сума ≥ 10.<br>Следователно $M$=3 е минималното $M$ за което всеки квадрат с размер $M$x$M$ има сбор на елементите поне 10. |